Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Métodos de la Física Matemática I

Tarea Nº 3 — Profesor: José Rogan
Publicada el 6 de Junio de 2002 — Ayudante: Xavier Andrade.

1. Encuentre el radio de convergencia uniforme de

   (a)
   $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^x}$$

   (b)
   $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$$

2. Demuestre por expansión en serie que

   $$\frac{1}{2} \ln \frac{\eta_o + 1}{\eta_o - 1} = \coth^{-1} \eta_o, \quad |\eta_o| > 1\,.$$

3. Muestre que

   $$(1+x)^{-\frac{m}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(m+2n-2)!!}{2^n n!\,(m-2)!!} x^n \ .$$

4. En una colision frontal proton-proton, la razón de la energia cinética en el centro de masa del sistema con la energía incidente es

   $$R = \frac{\sqrt{2mc^2\left(E_k + 2mc^2\right)} - 2mc^2}{E_K} \ .$$

   Encuentre el valor de R para

   (a) El caso no relativista $E_k \ll mc^2$.
   (b) El caso ultrarelativista $E_k \gg mc^2$.

5. La teoria de Planck de osciladores cuantizados lleva a una energia promedio

   $$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n\varepsilon_o e^{-n\varepsilon_o/kT}}{\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n\varepsilon_o/kT}}$$

   donde ε_o es una energía fija.

(a) Identifique el numerador y el denominador como expansiones binomiales y muestre que la razón de estos es

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\varepsilon_0}{e^{-n\varepsilon_0/kT} - 1} \ .$$

(b) Muestre que $\langle \varepsilon_0 \rangle$ se reduce a kT, el resultado clasico, para $kT \gg \varepsilon_0$.

6. Calcule el valor de e a partir de su expansion en serie con la precision del tipo `long double`, explique con detalle el algoritmo utlizado y explicite cuantos terminos de la serie se utilizan para obtener esa aproximación.

Fecha de entrega: Jueves 13 de Junio 19:30 Horas