Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Métodos de la Física Matemática I

Tarea Nº 5 | Profesor: José Rogan
Publicada el 09 de Julio de 2002 | Ayudante: Xavier Andrade.

1. Sea C el circulo $|z| = 2$, positivamente orientado. Calcular las integrales

   (a)
   $$\oint_C \tan z \, dz$$

   (b)
   $$\oint_C \frac{dz}{\sinh 2z}$$

   (c)
   $$\oint_C \frac{\cosh \pi z \, dz}{z\,(z^2+1)}$$

2. Sea C_N el contorno, positivamente orientado, del cuadrado cuyos lados están sobre las rectas
   $$x = \pm\left(N + \frac{1}{2}\right)\pi\,, \text{ e } \; y = \pm\left(N + \frac{1}{2}\right)\pi,$$
   donde N es un entero positivo. Demostrar que
   $$\oint_{C_N} \frac{dz}{z^2 \sin z} = 2\pi i\left[\frac{1}{6} + 2\sum_{n=1}^{N} \frac{(-1)^n}{n^2\pi^2}\right].$$

3. Probar la formula de integración
   $$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x \, dx}{(x^2+a^2)\,(x^2+b^2)} = \frac{\pi}{a^2-b^2}\left(\frac{e^{-b}}{b} - \frac{e^{-a}}{a}\right)$$

4. Evalue
   $$\int_0^{\infty} \frac{(\ln x)^2}{1+x^2}\, dx.$$

   (a) por una expansión en serie del integrando para obtener
   $$4\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \,(2n+1)^{-3}$$

(b) por integración para obtener

$$\frac{\pi^3}{8}.$$

5. En la teoría cuantica de colisiones atomicas encontramos la integral

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin t}{t} e^{ipt}\, dt$$

en donde p es real. Muestre que

$$I = 0, \quad |p| > 1$$

$$I = \pi, \quad |p| < 1.$$

Que pasa si $p = \pm 1$?

FECHA DE ENTREGA: MARTES 16 DE JULIO AL MEDIODÍA.