Cuarta Tarea

Métodos de la Física Matemática II

Profesor Víctor Muñoz , Ayudante Cristóbal Espinoza

Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile.

- 31 de Octubre 2002 -

Entregar antes o durante el 11 de Noviembre de 2002.

1. Evalúe (usando la función Gamma)

$$\begin{aligned} -\int_0^1 x^k \ln(x) dx &= \frac{1}{(k+1)^2} \quad k > -1 \\ \int_0^\infty e^{-x^4} dx &= \left(\frac{1}{4}\right)! \end{aligned}$$

2. Si $G(\vec{x})$ es una función de distribución de probabilidad, el promedio de la variable $\vec{q}(\vec{x})$ se calcula integrando $\vec{q}$ con $G(\vec{x})$ en todo el espacio:

$$< \vec{q} >= \int G(\vec{x}) \vec{q} d^3x$$

Si

$$G(\vec{x}) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{d/2} e^{-\frac{(\vec{x}-\vec{x_0})^2}{2\sigma^2}}$$

donde d indica la dimensión, calcule el promedio de $\vec{x}$ en una dimensión y haga ver que para tres dimensiones (o más) es lo mismo. También demuestre que

$$< (\vec{x} - \vec{x_0})^n >= \alpha_n \sigma^n$$

donde

$$\alpha_n = \begin{cases} 0 & \text{impar} \\ (n-1)!! & \text{par} \end{cases}$$

3. Calcule las transformadas de Laplace para

- $$f_1(t) = e^{-\alpha t} \cos\left[\omega(t - t_0)\right]$$
- $$f_2(t) = te^{-\alpha t} \cos\left[\omega(t - t_0)\right]$$

- $$f_3(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } a < t < b \quad a > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- $$f_4(t) = t^{\alpha} e^{-At} \quad para\ Re[\alpha] > -1$$

4. Evalúe

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{A + Bs}{[s^2 + 2\Gamma s + \omega_0]}, t\right)$$

Puede escoger entre las dos ultimas funciones del ejercicio 3 y una biografia (bien hecha) de *Laplace*.