Séptima Tarea

Métodos de la Física Matemática II
Profesor *Víctor Muñoz* *Ayudante* *Cristóbal Espinoza*

Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile.
- 12 de Diciembre 2002 -

Entregar antes o durante el viernes 20 de Diciembre de 2002. (Esta si que no se corre)

1 Independencia lineal de las soluciones Clasifique el tipo de singularidad que tiene la ecuación y encuentre las dos soluciones.

$$R'' + \frac{1}{r}R' - \frac{m^2}{r^2}R = 0 \tag{1}$$

¿ Son linealmente independientes para todo r?

2 Segunda solución La segunda solución de algunas ecuaciones es posible de encontrar integrando o planteando una serie más un término logarítmico (*Capítulo 15,16*).

1. Para $n = 0$ una de las soluciones de la ecuación de Laguerre (3) es $y_1(x) = 1$. Encuentre la segunda solución.
2. Para $n = 1$ una de las soluciones de la ecuación de Chebyshev es $y_1(x) = x$. Encuentre la segunda solución.
3. Para $n = 0$ una de las soluciones de la ecuación de Chebyshev es $y_1(x) = 1$. Encuentre una segunda solución linealmente independiente a la pimera mediante alguno de los métodos mencionados y resuelva además la ecuación directamente. (*Se sugiere hacer el cambio* $z(x) = y'(x)$).

(*Puede no hacer el (1) a cambio de una buena reseña acerca de Fuchs, que incluya una explicación del torema que lleva su nombre*)

3 Serie Hipergeométrica confluente Demuestre las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned}
{}_1F_1(a, c; z) &= \frac{1}{B(a, c-a)} \int_0^1 (1-t)^{c-a-1}\ t^{a-1}\ e^{tz} dt \\
{}_1F_1(a, c; z) &= e^z_1 F_1(c-a, c; z)
\end{aligned}$$

Ecuación diferencial de Chebyshev:

$$(1 - x^2)T_n'' - xT_n' + n^2 T_n = 0 \tag{2}$$

Ecuación diferencial de Laguerre:

$$xL_n'' + (1 - x)L_n' + nL_n = 0 \tag{3}$$