

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Programación y Métodos Numéricos

Tarea N° 13

Publicada el 8 de Noviembre de 2007

Profesor: José Rogan

Ayudantes: María Daniela Cornejo

Max Ramírez

Alejandro Varas

1. Escriba un programa en **C++** ó **python** que resuelva numéricamente la ecuación diferencial de un péndulo amortiguado para un ángulo arbitrario

$$\ddot{\theta} + \eta\dot{\theta} + \frac{g}{\ell} \sin \theta = 0 ,$$

con $g = 9,8$ [m/s] y $\ell = 1$ [m]. Use los métodos de Euler, Euler–Cromer y Verlet¹. Grafique las tres soluciones para $\eta = 0.1$ [1/s] y $\eta = 5$ [1/s] y para los ángulos iniciales $\theta_0 = 10^\circ$ y $\theta_0 = 170^\circ$. Exponga sus resultados en un archivo **L^AT_EX**. Adjunte tanto su programa como los resultados que entrega su programa.

Recuerde que debe respetar las reglas sobre el envío de las tareas.

ENTREGA EL 15 DE NOVIEMBRE DEL 2007, ANTES DE LAS 10:15 P.M.

¹El algoritmo de Verlet no incorpora la velocidad en forma explícita. La variante de este algoritmo conocida como *velocity Verlet*,

$$\begin{aligned}\vec{r}_{n+1} &= \vec{r}_n + \tau\vec{v}_n + \frac{1}{2}\tau^2\vec{a}(\vec{r}_n) \\ \vec{v}_{n+1} &= \vec{v}_n + \frac{\tau}{2} [\vec{a}(\vec{r}_n) + \vec{a}(\vec{r}_{n+1})] ,\end{aligned}$$

lo hace. Sin embargo, ambas versiones del algoritmo contemplan sólo aceleraciones que dependen de las posiciones. Para enfretar un problema con aceleraciones que dependan de las posiciones y de las velocidades hay que usar la variante de Martys y Mountain de *velocity Verlet* (*Phys. Rev. E* **59**, 3733 (1999).):

$$\begin{aligned}\vec{r}_{n+1} &= \vec{r}_n + \tau\vec{v}_n + \frac{1}{2}\tau^2\vec{a}(\vec{r}_n, \vec{v}_n) \\ \vec{u}_{n+1/2} &= \frac{\vec{r}_{n+1} - \vec{r}_n}{\tau} \\ \vec{v}_{n+1} &= \vec{v}_n + \frac{\tau}{2} [\vec{a}(\vec{r}_n, \vec{v}_n) + \vec{a}(\vec{r}_{n+1}, \vec{u}_{n+1/2})] ,\end{aligned}$$