

**Universidad de Chile**  
**Facultad de Ciencias**  
**Departamento de Física**

**Métodos de la Física Matemática I**

Tarea N° 6

Publicada el 29 de Abril de 2003

Profesor: José Rogan

Ayudante: Claudia Loyola

*Entregar el 6 de Mayo, antes de las 12:00 hrs.*

1. En una integración numérica de una ecuación diferencial parcial el Laplaciano es reemplazado por:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi(x, y, z) \rightarrow h^{-2} & [\psi(x+h, y, z) + \psi(x-h, y, z) \\ & + \psi(x, y+h, z) + \psi(x, y-h, z) + \psi(x, y, z+h) \\ & + \psi(x, y, z-h) - 6\psi(x, y, z)] \end{aligned}$$

Determine el error de esta aproximación. Aquí  $h$  es el tamaño del paso, la distancia entre puntos adyacentes en la dirección  $x$ ,  $y$  o  $z$ .

2. Un análisis del fenómeno de Gibbs produce la expresión

$$\frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sin \xi}{\xi} d\xi .$$

- a) Expanda el integrando en una serie e integre término por término. Encuentre el valor numérico de esta expresión con cuatro cifras significativas.
  - b) Evalúe esta expresión por cuadratura gaussiana, entregue el programa.
3. La aproximación de Bloch-Gruneisen para la resistencia en un metal monovalente es

$$\rho = C \frac{T^5}{\Theta^6} \int_0^{T/\Theta} \frac{x^5 dx}{(e^x - 1)(1 - e^{-x})} ,$$

donde  $\Theta$  es la temperatura de Debye característica del metal.

- a) Para  $T \rightarrow \infty$  muestre que

$$\rho \approx \frac{C}{4} \cdot \frac{T}{\Theta^2} .$$

- b) Para  $T \rightarrow 0$  muestre que

$$\rho \approx 5! \zeta(5) C \cdot \frac{T^5}{\Theta^6} .$$