

Universidad de Chile  
Facultad de Ciencias  
Departamento de Física

**Métodos de la Física Matemática I**

Tarea N° 8

Publicada el 19 de Mayo de 2003

Profesor: José Rogan

Ayudante: Claudia Loyola

*Entregar el 26 de Mayo, antes de las 12:00 hrs.*

1. Encuentre la función analítica  $w(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  si:

a)  $u(x, y) = x^3 - 3xy^2$ .

b)  $v(x, y) = e^{-y} \sin x$ .

2. El flujo de un fluido bidimensional irrotacional es adecuadamente descrito por el potencial complejo  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ . Nosotros etiquetamos la parte real  $u(x, y)$ , el potencial velocidad (*velocity potential*) y la parte imaginaria  $v(x, y)$  como la función de flujo (*stream function*). la velocidad del fluido  $\vec{V}$  es dada por  $\vec{V} = \vec{\nabla}u$ . Si  $f(z)$  es analítica,

a) Muestre que  $\frac{df}{dz} = V_x - iV_y$ ;

b) Muestre que  $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$  (no hay fuentes ni sumideros);

c) Muestre que  $\vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$  (irrotacional, no hay flujo turbulento);

3. Verifique que

$$\int_{(0,0)}^{1,1} z^* dz$$

depende del camino por el cual se evalúa la integral para los dos caminos mostrados en la figura. Comente

