Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Método de la Física Matemática II

Tarea 10 (última)
25 de Noviembre 1998
fecha de entrega: 5 de Diciembre 1998.

Profesor: José Rogan
Ayudante: Holger Leoro

1. (a) Para a, b no enteros y c un entero, muestre que:

$$ {}_2F_1(a,b,c;x) \quad \text{y} \quad {}_2F_1(a+1-c, b+1-c, 2-c; x) $$

   produce una sóla solución a la ecuación hipergeométrica.

   (b) ¿Qué ocurre si a es un entero? por ejemplo $a=-1$ y $c=-2$.

2. Demostrar

$$ \begin{aligned} {}_1F_1(a,c;z) &= \frac{1}{B(a,c-a)} \int_0^1 (1-t)^{c-a-1} t^{a-1} e^{tz}\, dt \\ {}_1F_1(a,c;z) &= e^z \; {}_1F_1(c-a,c;-z) \end{aligned} $$

   donde $B(a,b)$ es la funcióin Beta.

3. Muestre que el potencial electroestático $\varphi(\vec{r})$ producido por una carga q en $z=a$ es para $r<a$

$$ \varphi(\vec{r}) = \frac{q}{a} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^n P_n(\cos\theta) $$

4. (a) En la expansión en serie

$$ f(\rho) = \sum_{m=1}^{\infty} C_{\nu m} J_\nu\left(\alpha_{\nu m}\frac{\rho}{a}\right) \qquad 0 \le \rho < a, \quad \nu > -1 \ , $$

   con $J_\nu(\alpha_{\nu m}) = 0$. Encuentre los coeficientes $C_{\nu m}$ de la expansión.

   (b) En la expansión en serie

$$ f(\rho) = \sum_{m=1}^{\infty} D_{\nu m} J_\nu\left(\beta_{\nu m}\frac{\rho}{a}\right) \qquad 0 \le \rho < a, \quad \nu > -1 \ , $$

   con $J'_\nu(\beta_{\nu m}\rho/a)|_{\rho=a} = 0$. Encuentre los coeficientes $D_{\nu m}$ de la expansión.