Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Método de la Física Matemática II

Tarea 4	Profesor:	José Rogan
23 de Septiembre 1998	Ayudante:	Holger Leoro
fecha de entrega: 1 de Octubre 1998.		

1. Sea $\delta'(x)$ la función generalizada "derivada de la delta", es decir, se tiene que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(x) f(x)\, dx = -f'(0)$$

   Evalúe

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(x^2 - a^2)\,|\,x\,|\; dx \quad \text{con } a \neq 0$$

2. Sea $\delta(\vec{\rho})$ la función generalizada "delta" en dos dimensiones. Muestre que se satisface

$$\delta(\vec{\rho}) = -\frac{1}{2\pi}\nabla^2 \overline{\log\left(\frac{1}{\rho}\right)}$$

3. Demostrar que la delta de Dirac $\delta(\vec{x}-\vec{x}') = \delta(x_1 - x_1')\delta(x_2 - x_2')\delta(x_3 - x_3')$ al escribirla en términos de las coordenadas ξ_1, ξ_2, ξ_3 transforma de acuerdo a:

$$\delta(\vec{x}-\vec{x}') = \frac{1}{\left|\, \mathrm{J}(\vec{x},\vec{\xi})\,\right|}\, \delta(\xi_1 - \xi_1')\delta(\xi_2 - \xi_2')\delta(\xi_3 - \xi_3')\ ,$$

   donde $\mathrm{J}(\vec{x},\vec{\xi})$ es el Jacobiano de la transformación de coordenadas.

4. Usando las funciones generalizadas delta de Dirac en las coordenadas apropiadas expresar la siguientes distribuciones de carga en términos de la densidad de carga tridimensional $\rho(\vec{x})$.

   (a) En coordenadas esféricas, una carga Q distribuida uniformemente sobre una esfera de radio a.

   (b) En coordenadas cilíndricas, una densidad lineal de carga λ distribuida uniformemente sobre una superficie cilíndrica de radio b.

   (c) En coordenadas cilíndricas, una carga Q distribuida uniformemente sobre un disco circular de radio R.

   (d) Lo mismo que c) pero en coordenadas esféricas.