

Mecánica Cuántica I
Tarea N° 6

Prof. : J. Rogan
Ayud. : V. Muñoz

Fecha de publicación: 12 de junio de 2001.
Fecha de entrega: 19 de junio de 2001.

1. Demuestre que para un oscilador armónico de frecuencia ω se cumplen las siguientes relaciones:

a) $E_n = 2\langle \check{T} \rangle_n = 2\langle \check{V} \rangle_n$.

b) $(\Delta x)_n^2 = x_0^2(n + \frac{1}{2})$, $(\Delta p)_n^2 = \frac{\hbar^2}{x_0^2}(n + \frac{1}{2})$.

c) $\langle x^4 \rangle_n = \frac{3x_0^4}{4}(2n^2 + 2n + 1)$.

Aquí, $E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$ y $x_0 = \sqrt{\hbar/m\omega}$.

2. Estudie la evolución temporal del estado descrito por

$$\psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}x_0}} e^{-(x-a)^2/2x_0^2}$$

en un potencial armónico de frecuencia ω .

3. a) Encuentre el espectro de energía y las autofunciones para el sistema cuyo potencial es:

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 & x > 0 \end{cases} .$$

- b) Determine el espectro de energía y las autofunciones para una partícula de masa m y carga q en un potencial armónico de frecuencia ω al que se le superpone un campo eléctrico uniforme \mathcal{E} . Si el campo eléctrico fue superpuesto repentinamente al oscilador armónico cuando la partícula se encontraba en el estado fundamental, determine la probabilidad de transición a los estados propios del nuevo sistema.

4. a) Muestre que la densidad de probabilidad para la posición de una partícula clásica de energía E en un potencial armónico de frecuencia ω está dada por

$$p_x(x) = \frac{1}{\pi a} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{-1/2},$$

en que a es el punto de retorno clásico. Compárela con el resultado cuántico para $n = 0$ y $n \rightarrow \infty$ ¿Se verifica el principio de correspondencia?

¿Cuál es la probabilidad (valor numérico) de encontrar a la partícula fuera del límite clásico si ella se encuentra en el estado fundamental? Evalúe este resultado para dos sistemas, uno macroscópico (un péndulo en un laboratorio, por ejemplo) y uno microscópico (un átomo en una red cristalina, el átomo de nitrógeno en la molécula de amoníaco, u otro). Busque y/o invente los valores de las dimensiones físicas pertinentes.

- b) Determine la distribución de probabilidad para el momentum de una partícula en un potencial armónico si ella se encuentra en el n -ésimo estado excitado.