

Física I: Solución Examen 2

Profesor: *Alejandro Valdivia*

Problema 1: (2 puntos) Tomemos una masa m en un plano inclinado pegada a un resorte de constante k con una extensión de equilibrio x_e cuando no actúan fuerzas (Fig. 1a). El resorte esta acelerando con aceleración $a = \text{const}$ como se muestra en la Fig. 1b.

- Según su intuición, la nueva extensión de equilibrio del resorte $\bar{x}$ es mayor o menor que x_e ?
- Haga un diagrama de fuerzas, establezca las restricciones pertinentes y demuestrelo.

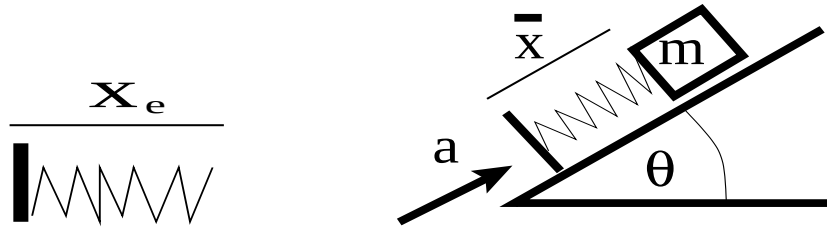


Figura 1: (a) Resorte en reposo. (b) Masa con resorte acelerado.

Solución 1: Este es un problema con un sistema no-inercial. Nuestra intuición nos dice que si $a > 0$ entonces $\bar{x} < x_e$. Tomemos el sistema inercial de la Fig. 2a para lo cual tenemos para la masa

$$\begin{aligned} ma_x &= F_r - mg \sin \theta \\ ma_y &= N - mg \cos \theta \end{aligned}$$

donde $F_r = -k(\bar{x} - x_e)$ es la fuerza del resorte sobre la masa m . Para ver si el signo de la fuerza del resorte esta correcto, notemos que si $\bar{x} > x_e$ el resorte esta sobre extendido y la fuerza apunta hacia abajo como debería. Las restricciones son

$$\begin{aligned} a_x &= a \\ a_y &= 0 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad N = mg \cos \theta$$

Por lo tanto

$$F_r = -k(\bar{x} - x_e) = ma + mg \sin \theta \quad \rightarrow \quad \bar{x} = x_e - \frac{m}{k}(a + g \sin \theta)$$

Efectivamente vemos que $\bar{x} < x_e$ y el resorte esta comprimido.

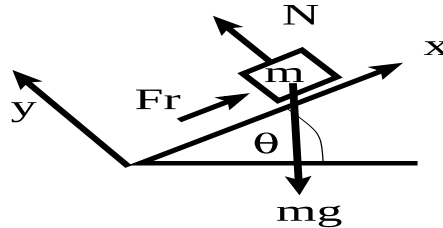


Figura 2: Diagrama de fuerzas para la masa m .

Problema 2: (3 puntos) Tomemos las dos masas ($m_1 = 4 \text{ kg}$ y $m_2 = 5 \text{ kg}$) que están conectadas por una cuerda de largo $L = 3 \text{ m}$ y masa cero como se muestra en la Fig. 3. El plano inclinado tiene una altura de $h = 2 \text{ m}$ y la masa m_1 parte de su altura máxima como se muestra en la figura.

- Haga un diagrama de fuerzas y establezca las restricciones pertinentes
- Encuentre la aceleración de las masas y la tensión en la cuerda.
- Que masa llega al suelo y cuanto se demora.

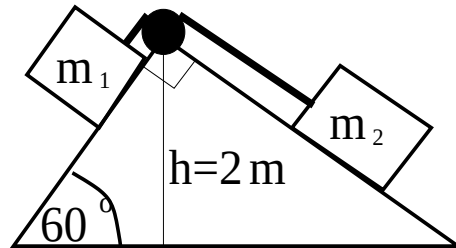


Figura 3: (a) Diagrama

Solución 2: Este es un problema simple de las ecuaciones de Newton.

- Utilicemos los sistemas de referencia que vemos en la Fig. 3a,b. Con lo que podemos escribir

$$\begin{aligned} m_1 a_{1,x} &= T - m_1 g \sin \theta_1 \\ m_1 a_{1,y} &= N_1 - m_1 g \cos \theta_1 \\ m_2 a_{2,x} &= T - m_2 g \sin \theta_2 \\ m_2 a_{2,y} &= N_2 - m_2 g \cos \theta_2 \end{aligned}$$

con $\theta_1 = 60^\circ$ y $\theta_2 = 30^\circ$. Las restricciones son

$$\begin{aligned} a_{1,y} &= 0 & \rightarrow & N_1 = m_1 g \cos \theta \\ a_{2,y} &= 0 & \rightarrow & N_2 = m_2 g \cos \theta \end{aligned}$$

con $a_{1,x} = -a_{2,x} = a$.

- Por lo tanto tenemos

$$\begin{aligned} m_1 a &= T - m_1 g \sin \theta_1 \\ -m_2 a &= T - m_2 g \sin \theta_2 \end{aligned}$$

o

$$\begin{aligned} a &= g \frac{m_2 \sin \theta_2 - m_1 \sin \theta_1}{m_1 + m_2} = -1,1 \text{ m/s}^2 \\ T &= g m_1 \frac{m_2 \sin \theta_2 + m_1 \sin \theta_1}{m_1 + m_2} = 26,5 \text{ N} \end{aligned}$$

- Dado que $a_{1,x} = a < 0$, tenemos que la masa m_1 va a llegar al suelo. Esta masa parte de una distancia

$$x_1(0) = L_1 = \frac{h}{\sin \theta_1} = 2,3 \text{ m}$$

y llega al suelo cuando $x(t_s) = 0$, con lo que obtenemos

$$x(t) = L_1 + \frac{a}{2}t^2 \quad \rightarrow \quad t_s = \sqrt{\frac{2L_1}{-a}} = 0,4 \text{ s}$$

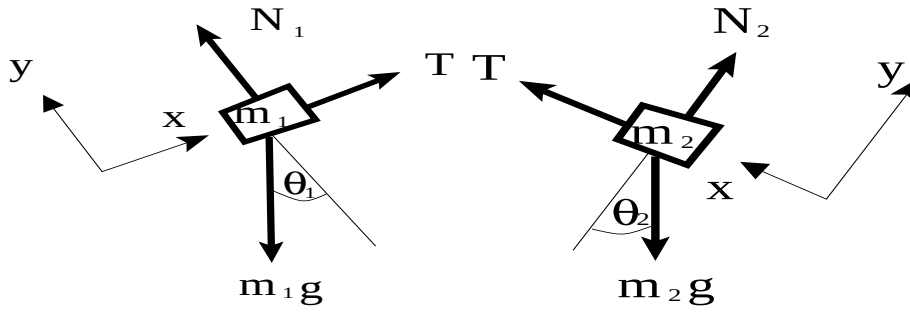


Figura 4: Diagrama de fuerzas para (a) m_1 y (b) m_2 .

Problema 3: (3 puntos) Tomemos las dos masa ($m_1 = 5 \text{ kg}$ y $m_2 = 2 \text{ kg}$) de la Fig. 5a. Hay fricción entre la masa m_1 y la masa m_2 con coeficientes $\mu_s = 0,8$ y $\mu_k = 0,4$. El resto de las superficies no tiene fricción. Encuentre la fuerza F mínima necesaria para que m_2 no resbale. Haga un diagrama de fuerza y establezca las restricciones pertinentes. Con esta F se alcanza a levantar la masa m_1 ?

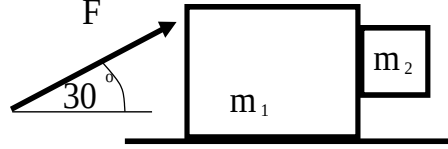


Figura 5: (a) Diagrama

Solución 3: Usando el diagrama de fuerzas de la Fig. 6a,b, podemos escribir

$$\begin{aligned} m_1 a_{1,x} &= F \cos \theta - N \\ m_1 a_{1,y} &= F \sin \theta + N_1 - m_1 g - f \\ m_2 a_{2,x} &= N \\ m_2 a_{2,y} &= f_s - m_2 g \end{aligned}$$

donde N es la fuerza normal sobre la masa m_2 , y f_s es la fuerza de fricción estática. Dado que estas fuerzas son ejercidas por m_1 sobre m_2 , por “acción-reacción” fuerzas opuestas a N y f_s actúan sobre la masa m_1 . Las restricciones son

$$\begin{aligned} m_1 a_{1,y} &= 0 & \rightarrow & N_1 = -F \sin \theta + m_1 g + f \\ m_2 a_{2,y} &= 0 & \rightarrow & f_s = m_2 g \end{aligned}$$

con $a_{1,x} = a_{2,x} = a$. Por lo tanto tenemos

$$\begin{aligned} m_1 a &= F \cos \theta - N \\ m_2 a &= N \end{aligned}$$

o

$$\begin{aligned} a &= \frac{F \cos \theta}{m_1 + m_2} \\ N &= m_2 \frac{F \cos \theta}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

Sabemos que la fricción estática satisface

$$f_s \leq \mu_s N \quad \rightarrow \quad g \frac{(m_1 + m_2)}{\mu_s \cos \theta} \leq F$$

Por lo tanto $F_{min} = 99 \text{ N}$. Para que no se levante, necesitamos que $N_1 \geq 0$,

$$N_1 = -F_{min} \sin \theta + g(m_1 + m_2) = g(m_1 + m_2) \left(1 - \frac{\sin \theta}{\mu_s \cos \theta} \right)$$

Entonces $\tan \theta < \mu_s$, y esto se satisface si $\theta < 38^\circ$, lo cual está bien.

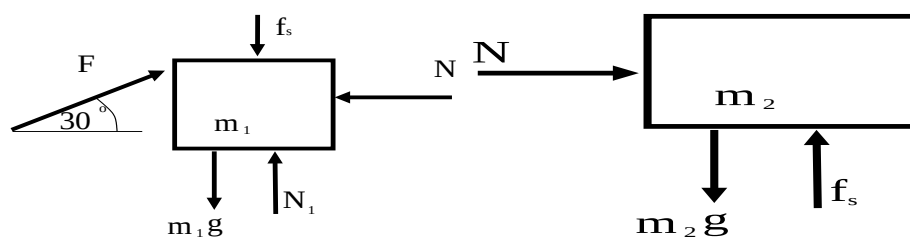


Figura 6: Diagrama de fuerzas para (a) m_1 y (b) m_2 .