Física I: Examen 3 Miércoles 2 de Noviembre de 2005

Profesor: *Alejandro Valdivia*
Para recibir crédito muestre el desarrollo de su trabajo.
No se dará crédito por resultado sin desarrollo.
Un 5 corresponde a 5 puntos.

Problema (2 puntos): Supongamos que tenemos un transatlántico de masa $M = 100$ toneladas que va a una velocidad $V_0 = 5$ m/s fuera de control y va a chocar contra el muelle. A un alumno de física se le ocurre que si todos los $N = 1000$ pasajeros de masa $m_p = 100$ kg corren sobre el trasatlántico, le podrían bajar la velocidad del transatlántico. En que dirección deberían correr. Si una persona normal corre a $v_p = 5$ m/s, a cuanto baja la velocidad del trasatlántico? Asumiendo que los pasajeros luego saltan al agua, a que velocidad necesitarían correr para detener al trasatlántico completamente. Es esto razonable?

Solución Problema En este caso tenemos conservación de momento total

$$Nm_p v_{p,m}^{(0)} + M v_{t,m}^{(0)} = Nm_p v_{p,m}^{(f)} + M v_{t,m}^{(f)}$$

donde $v_{p,m}^{(0)} = V_0$ es la velocidad de las personas con respecto al muelle antes de que las personas empiecen a correr, $v_{t,m}^{(0)} = V_0$ es la velocidad del transatlántico con respecto al muelle antes de que las personas empiecen a correr, $v_{p,m}^{(f)}$ es la velocidad de las personas con respecto al muelle mientras las personas están corriendo, $v_{t,m}^{(f)}$ es la velocidad del transatlántico con respecto al muelle mientras las personas están corriendo sobre su superficie. Dado que la velocidad relativa de las personas con respecto al trasatlántico es $v_{p,t} = 5$ m/s, podemos resolver

$$v_{p,m} = v_{p,t} + v_{t,m}$$

y por lo tanto

$$(Nm_p + M)V_0 = Nm_p(v_{p,t} + v_{t,m}^{(f)}) + M v_{t,m}^{(f)}$$

con esto

$$v_{t,m}^{(f)} = \frac{(Nm_p + M)V_0 - Nm_p v_{p,t}}{Nm_p + M} = V_0 - v_{p,t}\frac{Nm_p}{Nm_p + M} = 2{,}5 \;\; m/s$$

Las personas tiene que correr en la misma dirección del transatlántico, osea hacia el muelle. Para detener completamente el transatlántico necesitamos

$$v_{t,m}^{(f)} = 0 \qquad \rightarrow \qquad v_{p,t} = V_0\frac{Nm_p + M}{Nm_p} = 2V_0 = 10 \;\; m/s$$

lo cual no es demasiado razonable.

Problema (2 puntos): Supongamos que tenemos una masa $m_o = m$ que colisiona a una velocidad v_o con un péndulo de largo L que tiene una masa puntual de masa $m_1 = m$ en su extremo, como se muestra en la Fig. 1. Cuanto mas rápido tiene que ser v_o en una colisión perfectamente inelastica comparada con una colisión elástica para que el péndulo de una vuelta?

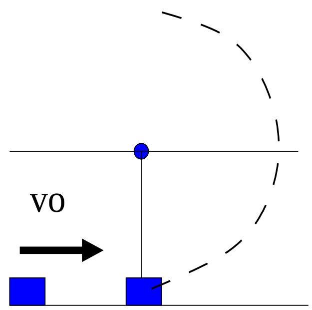

Figura 1: Colisión masa con péndulo con masa

Solución Problema En este tenemos conservación de momento durante la colisión

1. Para el caso de la colision elástica la única posibilidad es que la masa m_o queda en reposo y la masa m_1 adquiere $v_s = v_o$. Ahora podemos usar conservación de energía para obtener la velocidad arriba $v_a \geq 0$.

$$mg2L + \frac{1}{2}mv_a^2 = \frac{1}{2}mv_s^2 \qquad \rightarrow \qquad v_a^2 = v_o^2 - 4gL$$

   por lo tanto $v_o \geq \sqrt{4gL}$.

2. Para el caso de una colisión perfectamente inelastica, tenemos las dos masa pegadas subiendo con una velocidad inicial

$$mv_o = 2mv_s \qquad \rightarrow \qquad v_s = v_o/2$$

   y usando conservación de energía

$$2mg2L + \frac{1}{2}2mv_a^2 = \frac{1}{2}2m\left(\frac{v_o}{2}\right)^2 \qquad \rightarrow \qquad v_a^2 = \frac{v_o^2}{4} - 4gL$$

   por lo tanto $v_o \geq 2\sqrt{4gL}$

Por lo tanto se requiere 2 veces la velocidad necesaria para una colisión elástica.

Problema (2 puntos): Supongamos que tenemos una masa $m = 4$ kg que parte del suelo con $v_o = 10$ m/s moviéndose hacia arriba en un plano inclinado de largo $L = 8$ con $\theta = 30^o$ como se muestra en la Fig. 2a. Además actúa una fuerza $F(x)$ en la dirección del plano inclinado hacia arriba, descrita en la Fig. 2b. Además incluimos fricción con $\mu_s = 1$ y $\mu_k = 0{,}5$. Asumiendo que llega arriba del plano inclinado, con que velocidad llega?

Solución Problema En este problema usaremos el teorema de trabajo-energía.

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_g + W_F + W_f$$

donde el trabajo esta hecho por las fuerzas de gravedad, fricción, y F(x). La gravedad la podemos convertir en un potencial con $h_o = 0$ y $h_f = x_f \sin\theta$,

$$W_g = -(mgh_f - mgh_o) = -mgx_f \sin\theta$$

El trabajo hecho por la fricción es

$$W_f = -\mu_k N(x_f - x_0) = -\mu_k mg\cos\theta(x_f - x_0) = -\mu_k mgx_f \cos\theta$$

y finalmente el trabajo hecho por la fuerza F es

$$W_F = \left[\begin{array}{ll} \int_0^x F(x)dx = \frac{1}{2}10x^2 & x < 4 \\ 80 + \int_4^x F(x)dx = 80 + 40(x-4) & 4 \le x \le 8 \end{array} \right.$$

Notemos que $W_F(x = 8) = 240$ J, lo que es consistente con el área bajo la curva of F. Para llegar arriba necesitamos que $v_a \ge 0$. Evaluando arriba $x_f = L = 8$ m, tenemos

$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{2}mv_a^2 & = & \frac{1}{2}mv_0^2 + mgL\sin\theta - \mu_k mgL\cos\theta - W_F(x_f = L) \\ & = & 141 \qquad J \end{array}$$

Por lo tanto la masa llega arriba. En realidad para ser consistente deberíamos evaluar v_f^2 para cualquier valor de x, y en este caso funciona que $v_f^2 > 0$ para todo $0 \le x \le 8$ (esto no era necesario chequear). Por lo tanto la velocidad arriba es

$$v_a = 8 \ \ m/s$$

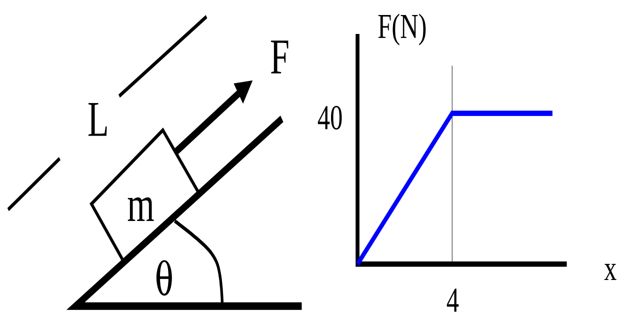

Figura 2: (a) Movimiento en plano inclinado. (b) Fuerza F(x).