

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Electrodinámica

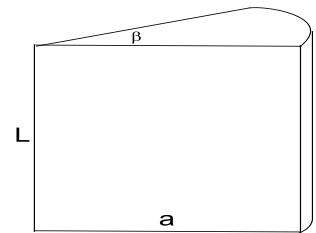
Tarea N° 1
Lunes 9 de Abril de 2018

Profesor: Alejandro Valdivia
Ayudante: Matilde Coello

1. Tomemos una sección angular, de ángulo β , de un cilindro de largo infinito. Encuentre el potencial en el interior de la sección de cilindro y grafique la equipotenciales. Las Condiciones de Borde son:

$$\Phi(\rho = a) = V_1 \sin\left(\frac{\pi\phi}{2\beta}\right) \quad \Phi(\phi = 0) = 0 \quad \Phi(\phi = \beta) = V_1$$

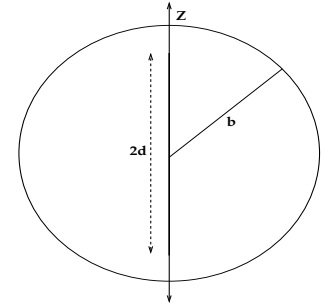
Grafique las equipotenciales y las líneas de fuerza para algunos valores.



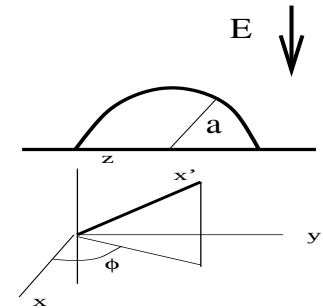
2. Supongamos un condensador formado por dos conductores cercanos. Si cargas iguales, pero opuestas, son puestas en los conductores, esto producirá un potencial entre ellos. La razón entre la magnitud de carga de un conductor y la diferencia de potencial entre los conductores es denominada la capacitancia. Calcule la capacitancia de:
- a) Dos esferas concéntricas de radios a y b , con $b > a$.
 - b) Dos cilindros concéntricos de radios a y b , con $b > a$, y largo L mucho mas grande que los radios.
 - c) Dos cilindros paralelos infinitos, de radio a y separados por una distancia $d \gg a$.
 - d) dos sabanas infinitas de área A y separadas por una distancia d
 - f) Cual es la distancia entre dos conductores de un cable coaxial de radio interno de 1mm y cuyas capacitancias es 0.5 microfarad/cm? 1 microfarad/cm?
 - (a) Calcule la fuerza atractiva entre los conductores en los casos del ejercicio anterior
3. Dos líneas de carga, con cargas opuestas λ por unidad de largo, están separadas por una distancia R .
- (a) Encuentre y grafique los equipotenciales.

- (b) Use esta información para calcular la capacitancia por unidad de largo de dos conductores cilíndricos de radios a y b separados por una distancia $d > a + b$

4. Una línea cargada de largo $2d$ con carga total Q tiene una densidad lineal de carga que varía como $(d^2 - z^2)$, donde z es la distancia medida desde el punto medio. Un cascaron esférico conductor *grounded* de radio $b > d$ está centrado en el punto medio de la línea cargada, como se observa en la figura



- (a) Encuentre el potencial dentro de la esfera como una expansión de polinomios de Legendre.
- (b) Calcule la densidad superficial de carga inducida sobre el cascarón.
- (c) Haga el límite $d \ll b$, y compare con el caso correspondiente.
5. Supongamos que tenemos un plano infinito conductor a tierra (con $\psi = 0$) con una semiesfera conductora de radio $r < a$ en el origen sobre este plano conductor, como se observa en la figura

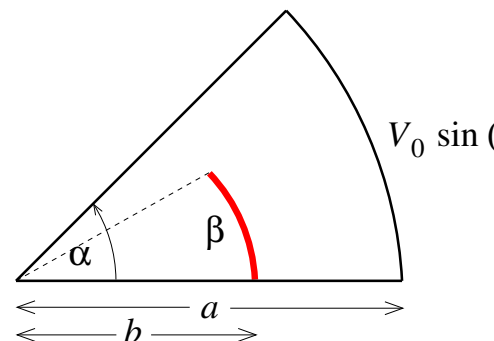


- (a) Asumamos que tenemos con un campo eléctrico asintótico uniforme E_o para $r \rightarrow \infty$ como en la figura. Encuentre el potencial en todo el espacio.
- (b) Cual es la expansión mas general para la ecuación de Laplace en coordenadas esféricas. Sugerencia: reoriente el sistema para que el plano conductor sea el plano x - z como en la figura. Luego encuentre la función ortonormal $\Omega_{l,m}(\theta, \phi)$ equivalente a los esféricos armónicos, pero para esta geometría. Es importante entender que condición necesita tener la función ψ en la variable ϕ para satisfacer las condiciones de borde en el plano.
- (c) Encuentre la función de Green (Dirichlet) en coordenadas esféricas para esta geometría.
- (d) Compare con la función de Green usando imágenes.

6. Considere un capacitador formado por dos placas paralelas infinitas separadas por una distancia L y

mantenidas a una diferencia de potencial V_0 . Además, dentro de este capacitador tenemos un anillo de radio a , con una densidad de carga lineal λ constante, puesto en un plano paralelo a las placas, y a la mitad de distancia entre ellas. Construya una función de Green para este problema y resuelva el potencial entre las placas. Cual es la densidad de carga en las superficies de los conductores

7. Las paredes de una geometría conductora **bidimensional**, definida por las paredes $\phi = 0$, $\phi = \alpha$ y $r = a$ (mostrada en la figura se encuentran todas a potencial cero, excepto por la cara $r = a$, que está a potencial $\Phi(r = a, \phi) = V_0 \sin(2\pi\phi/\alpha)$. Calcule el potencial $\Phi(r, \phi)$ producido por un plano cargado, que en esta geometría corresponde a un arco de circunferencia en $r = b$ y $0 \leq \phi \leq \beta$, de densidad de carga uniforme λ . Nota: Este problema es uniforme en el eje perpendicular al plano, tal que $\partial/\partial z = 0$.



8. Calcular el potencial producido por un anillo de carga de radio a con densidad lineal λ en un cilindro infinito de radio $b > a$. El anillo es concéntrico con el cilindro y perpendicular al eje del cilindro. **Ayuda:** expandir la delta en ϕ y en ρ (hay una forma de construir una delta utilizando la completitud de los ceros de Bessel), y trabajar la función en z .
9. Una esfera de radio a tiene una densidad de carga ρ . La esfera es rotada sobre su diámetro a una frecuencia ω . Encuentre y grafique el campo magnético dentro y fuera de la esfera.
10. Considere un anillo de radio a , el cual tiene una corriente uniforme I_0 . Resuelva directamente por separación de variables la ecuación para el vector potencial en todo el espacio.
11. Queremos calcular numéricamente el potencial producido por un electrodo plano circular puesto horizontalmente en el plano $x - y$ que es mantenido a un potencial V . Primero normalice las variables y los parámetros. Utilice todas las simetrías para simplificar el cálculo.
- Escriba el equivalente al teorema del valor medio para un potencial cilíndricamente uniforme?
 - Haga un argumento para determinar si estos método de relajación convergen?
 - Construya una solución y grafique el potencial, el campo eléctrico y la densidad de carga sobre la franja.

