

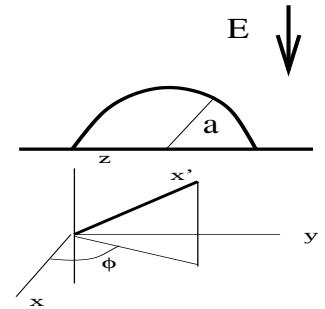
Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Electrodinámica

Tarea N° 2
Lunes 23 de Abril de 2018

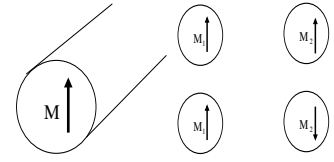
Profesor: Alejandro Valdivia
Ayudante: Matilde Coello

1. Tomemos un cilindro a tierra ($\Psi = 0$) de radio b y largo L . Para $\rho \leq a < b$, tenemos un dieléctrico con constante ϵ . Este cilindro tiene a la mitad de su altura un anillo de radio $a < R < b$ con una densidad lineal de carga λ , como se muestra en la figura. Encuentre el potencial dentro del cilindro.
2. Supongamos que tenemos un plano infinito conductor a tierra (con $\psi = 0$) con una semiesfera dieléctrica de radio $r < a$ en el origen sobre este plano conductor, como se observa en la figura
 - (a) Asumamos que tenemos un campo eléctrico asintótico uniforme E_o para $r \rightarrow \infty$ como en la figura. Encuentre el potencial en todo el espacio.
 - (b) Encuentre la función de Green (Dirichlet) para $r > a$. Sugerencia: ya tiene resuelto el problema en el vecindario de r' .
3. Dos esferas concéntricas $a < b$ tienen cargas $\pm Q$. La mitad del espacio entre las esferas ($\theta < \pi/2$) tiene un dieléctrico ϵ_1 , el resto ($\theta > \pi/2$) tiene ϵ_2
 - (a) encuentre el campo eléctrico entre las esferas
 - (b) calcule la densidad de carga superficial $r=a$ y $r=b$
 - (c) calcule la densidad de carga de polarización inducida en $r=b$ y $r=a$

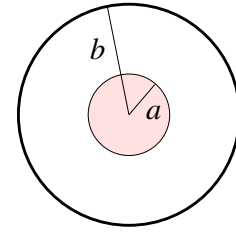


4. Tomemos un cilindro de material magnético de radio a y muy largo, con magnetización constante $\vec{M}$ como se muestra en la figura (a)

- (a) Encuentre el campo magnético en todo el espacio.
- (b) Si ponemos otro cilindro a una distancia $d \gg a$, cual de las dos configuraciones que se muestran en la figura (b) es la mas favorable energeticamente (explique).

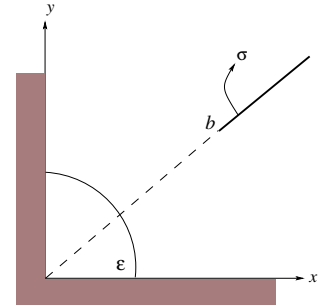


5. Tomemos una esfera de radio a hecha de un material magnético con magnetización permanente $\mathbf{M}$ constante. Esta esfera es puesta en forma concéntrica dentro de una esfera conductora de radio $b > a$. Encuentre el campo magnético en todo el espacio y la corriente superficial en el conductor. Demuestre que la integral de la corriente es cero. **Ayuda:** Asuma que los campos dentro del conductor son cero.

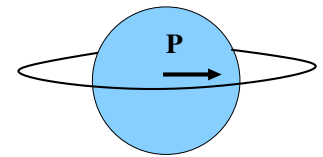


Esfera con $\mathbf{M}$ constante dentro de un conductor

6. Considere un cuarto de esfera dieléctrica de radio a y constante dieléctrica ϵ , confinada por los planos x - z e y - z , los cuales son conductores y están conectados a tierra. A esta geometría se le agrega una línea de carga de largo L y densidad de carga σ constante, la cual se ubica en forma radial a la esfera a una distancia b del origen y a un ángulo $\pi/4$ con respecto al eje x . Calcule el potencial en todo el espacio.



7. Considere un anillo de radio a , el cual tiene una densidad de carga uniforme λ . Suponga que en forma concéntrica con el anillo ponemos una esfera de radio $b < a$ de material polarizable con polarización uniforme $\mathbf{P}$ en una dirección arbitraria, como se muestra en la figura. Encuentre el potencial electrostático en todo el espacio. Asumiendo que $a \gg b$, obtenga el primer termino de la energía electrostática de la esfera en la presencia del anillo. Cual es la configuración de menor energía?



8. Un medio dieléctrico consistente en cargas libres positivas y negativas (un plasma) responde a los campos eléctricos suavemente variables en el espacio, manteniendo el equilibrio térmico, de manera

que

$$n_i(z) \approx n_{io} \exp(-q_i \Phi(z)/k_B T)$$

donde $\Phi(z)$ es el potencial electrostático, T es la temperatura, q_i es la carga de la especie i , y n_{io} es la densidad de la especie i cuando $\Phi(z) = 0$, expresada en partículas por unidad de volumen.

(a) Demuestre que si el potencial es pequeño, la densidad de carga neta esta dada por

$$\rho(z) = -\frac{\Phi}{4\pi\lambda^2} \quad \frac{1}{\lambda^2} = \sum_i \frac{4\pi n_{io} q_i^2}{k_B T}$$

(b) Suponga que un electrodo con forma de plano infinito con densidad de carga σ se inserta en el plasma en $z = 0$. Calcule el potencial $\Phi(z)$ en ambos lados del electrodo.

(c) ¿Cuan pequeña debe ser σ para que sea valida la solución?

(d) Encuentre la densidad de polarización $P(x)$ en este plasma

9. Considere un cilindro de largo L y radio a con un material de magnetización permanente y uniforme M_0 a lo largo del eje de cilindro. Construya la solución para $\mathbf{H}$. **Ayuda:** Demuestre primero que la solución a la ecuación de Laplace con simetría azimutal se puede escribir como

$$\Psi = \int_0^\infty dk A(k) e^{\pm kz} J_0(k\rho),$$

que puede incluir o no a un material magnético en un rango finito de ρ .

10. Modelo de equilibrio de Ising en 1 y 2 dimensiones. Tomemos el Hamiltoniano con $s=1, -1$

$$H = \sum_i B_o \cdot s_i + \sum_{i,j} J_{i,j} s_j \cdot s_i$$

(a) En cada instante t , tenemos la configuración $\{s_i^{(t)}\}$ con interacción vecino mas cercano para 1-D y 2-D. Queremos calcular la Magnetización $M(T, B_o) = \sum s_i$ para valores de la temperatura $\beta = 1/kT$ y el campo magnético B_o .

(b) Repetir la siguiente receta de MonteCarlo:

- i) Tomar un spin al azar y hacer un flip $x = \{s_i^{(t)}\}$ $t \rightarrow t+1$
- ii) Calcular la energía $\Delta E = E(y) - E(x)$
- iii) $X=y$ si $\Delta E \leq 0$ o si $r < \exp(-\beta \Delta E)$, con r un numero al azar
- iv) Repetir hasta que el promedio temporal sobre un intervalo Δt converja.

(c) Calcule la Magnetización $\langle M \rangle_{\Delta t}$. Repita para otros valores de T y B_o para estimar la curva $M(T, B_o)$. Se puede observar una transición de fase en 2D?