

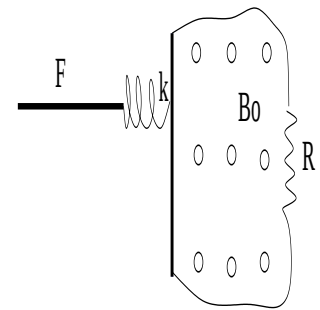
Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Electrodinámica

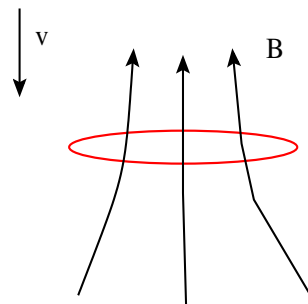
Tarea N° 3
Lunes 7 de Mayo de 2018

Profesor: Alejandro Valdivia
Ayudante: Matilde Coello

1. Una central hidroeléctrica convierte energía gravitacional en energía eléctrica. Supongamos que el agua cae “libremente” de una altura de 50m con un flujo de 100m^3 por segundo. Piense en el siguiente generador eléctrico: una barra de conductora de masa M , largo L , y conductividad σ es forzada a oscilar en un campo magnético constante B_o como se muestra en la figura.
 - (a) Asumiendo que la conversión es perfecta, estime cuanta potencia eléctrica podemos generar.
 - (b) Encuentre la ecuación de movimiento de la barra no forzada
 - (c) Estime la fuerza ponderomotiva del circuito que se genera en función de x y su derivada temporal.
 - (d) Escriba la ecuación de continuidad y estime la corriente. Cuanta energía se convierte a energía eléctrica? Esta energía da origen al termino disipativo β en la ecuación del resorte. Estime β . (**Ayuda:** como podemos estimar la energía disipada por el resorte con $\beta \neq 0$?). Escriba la ecuación de movimiento para el resorte incluyendo la disipación eléctrica.
 - (e) El flujo de agua genera un forzamiento angular tipo $A \cos \omega t$ sobre el resorte. Incluya este efecto y escriba la ecuación de movimiento del péndulo y el forzamiento
 - (f) Cual es la variación temporal de la corriente? (deseche variaciones transientes) Hay una resonancia?. En general R es una lenta función del tiempo. Cual es la máxima corriente que se puede generar asumiendo conversión perfecta?
 - (g) Cuantas luces puede prender? En general R varia lentamente (prender y apagar luces) y como puedo controlar eso?



2. Considere un alambre de radio a y resistencia R que cae en forma horizontal en un campo magnetico vertical que varia con la altura $\mathbf{B} = B(z)\hat{z}$. Encuentre la ecuacion de movimiento del anillo y su velocidad terminal. Si imponemos una corriente continua en el anillo a traves de una bateria, puede este flotar?



3. Resuelva el problema de la vela de radiación en el espacio. Supongamos que tenemos un espejo que refleja la radiación electromagnética proveniente del sol.
- Encuentre cual es el poder radiado por el sol (0.14 watt/cm^2). Estime cuantos kgs de hydrogeno se transforman por segundo en He .
 - Calcule la presión electromagnética sobre un espejo y compare con la presión del viento solar
 - Estime que característica debe de tener esta vela para vencer a la fuerza gravitacional de atracción del sol.
 - Busque en la internet la densidad y grosor del materia que se piensa usar en la vela y calcule cuanto tiempo se demoraría en llegar esta vela al planeta júpiter y con que velocidad llegaría? Use un área de 100 m^2 y una masa del satélite $m_s = 10 \text{ kg}$.
 - Se ha pensado construir una magnetosfera artificial con un magneto superconductor. Asumiendo que podemos poner en nuestro anillo superconductor de radio $R = 10^6$ Amperes. Encuentre el tamaño de la magnetosfera donde la presión magnética y la presión del viento solar $B^2 = P$ son iguales. Que aceleración sentiría este satélite. Cuanto se demoraría en llegar al planeta júpiter y con que velocidad llegaría? masa del satélite $m_s = 10 \text{ kg}$, masa del anillo superconductor $m_a = 50 \text{ kgs}$.
4. Supongamos que tenemos un sabana infinita con una densidad de carga σ en el plano $z = 0$.
- Cual es el campo eléctrico electrostático?
 - Supongamos que movemos esta sabana como $x = \Delta e^{i\omega t}$. Que campos espera que se generen? En que dirección?
 - Demuestre que el campo eléctrico satisface

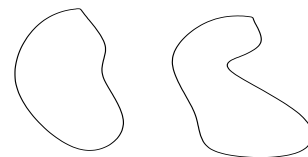
$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + aE = b\delta(z)$$

y encuentre a y b

- Cuales son las soluciones para $z > 0$ y $z < 0$? Cual es la solución final para los campos.

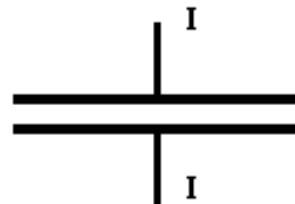
- (e) Calcule el vector de Poynting. Que causa el input de energía. Demuestre que la energía radiada es la misma que el input de energía.

5. Tenemos una linea de transmisión, al cual consiste en dos conductores perfectos de forma arbitraria, pero de sección constante (la misma forma en z), ver figura. Demuestre que la inductancia por unidad de largo L y la capacitancia por unidad de largo esta dada por $LC = \mu\epsilon/c^2$. (Es importante acordarse de la discusión sobre campos magnéticos cerca de conductores perfectos).



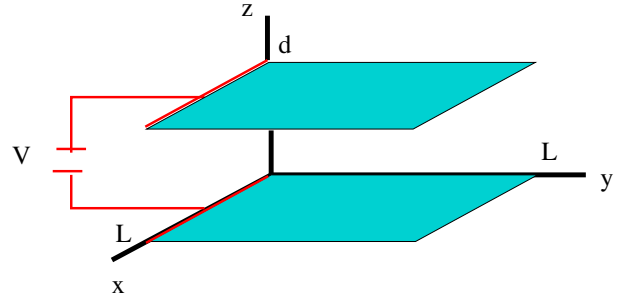
6. Un capacitado ideal consiste de dos placas circulares de radio a (ver figura) y separadas por una distancia $d \ll a$, el cual esta conectado a una fuente de corriente dada por $I(t) = I_o \cos \omega t$.

- (a) Calcule los campos magnéticos entre las placas a segundo orden en la frecuencia (no considere efectos de borde)
- (b) Calcule los volúmenes de integrales w_e y w_m , que entran en la definición de X , usando $I_i = -i\omega Q_i$
- (c) Encuentre además que el circuito equivalente en serie tiene satisface $C \simeq a^2/4d$, $L \simeq d/2c^2$.
- (d) Resuelva los campos en forma exacta. Encuentre C y L nuevamente.
- (e) Repita utilizamos dos placas cuadradas de perímetro $4L$? Aquí la simetría del campo es diferente.



7. Considere dos conductores planos infinitos en $z = 0$ y $z = L$. Además, se tiene un anillo de radio a que transporta una corriente armónica de frecuencia ω y amplitud I_0 , puesta en un plano paralelo y a distancia $L/2$ del plano conductor. Encuentre el campo electromagnético en todo el espacio.

8. Considere un capacitor compuesto de 2 planos cuadrados conductores paralelos de lado L y separación d , con $L \ll d$ tal que los efectos de borde se pueden despreciar. Este capacitor se fuerza con un voltaje alterno de amplitud V_o como se muestra en la figura. Este voltaje genera una corriente tambien oscilante con amplitud I_o . Encuentre los campos y calcule la impedancia del sistema.



9. Considere un cascarón esférico de radio R y densidad de carga superficial σ que rota sobre su eje de simetría con frecuencia angular $\Omega = \Omega_0 e^{-i\omega t}$. Encuentre el potencial vector y muestre que la potencia irradiada cae como $\frac{1}{r^2}$ para $r \gg R$.
10. Resuelva la ecuación de onda en una grilla cuadrículada. En el borde izquierdo forzamos la condición $\Psi(x = 0, y) = A \cos \omega t$. Esta onda se debería propagar con velocidad c en la dirección y , por lo tanto podemos forzar esta onda propagandose en los bordes superior e inferior. En el borde derecho podemos forzar condiciones de salida, esto es

$$\Psi(x, t) = f(x - ct) \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t} + c \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0$$

Una vez que tenga una solución que se propaga y sale de la grilla sin rebotar haga lo siguiente:

- (a) ponga un obstáculo de tamaño d y vea que pasa para $kd \ll 1$, $kd \sim 1$, $kd \gg 1$
- (b) ponga hueco en una muralla de tamaño d y vea que pasa para $kd \ll 1$, $kd \sim 1$, $kd \gg 1$
- (c) ponga dos huecos en una muralla de tamaño d y separación R , y vea que pasa para $kd \ll 1$, $kd \sim 1$, $kd \gg 1$, $kR \ll 1$, $kR \sim 1$, $kR \gg 1$