

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física
Electrodinámica

Tarea N° 4
Lunes 28 de Mayo de 2018

Profesor: Alejandro Valdivia
Ayudante: Matilde Coello

1. En la tierra recibimos una energía radiada por el sol de $1.4 \times 10^3 \text{ W/m}^2$. A finales del siglo 19 se especuló que el sol radiaba convirtiendo energía potencial gravitatoria en energía térmica (o cinética). Asumiendo que toda la masa del sol se concentra en su superficie, cuantos años duraría el sol? Por las muestras geológicas se sabe que la tierra tiene al menos 4×10^9 años, por lo tanto esta alternativa no es suficiente. Asuma que la masa del sol era inicialmente puro H y que la energía que radia el sol se genera de la energía liberada, usando la expresión de Einstein, de la fusión de $4\text{H} \rightarrow 1\text{He}$. Cuanta energía se libera de la reacción? Asuma que la masa del sol era inicialmente puro H y estime cuantos años de vida le quedan al sol?
2. Tome la forma covariante de la ecuación de Lorentz para las fuerzas. Para campos eléctricos y magnéticos uniforme, calcule las trayectorias. Demuestre que hay un drift en la dirección $E \times B$. Este drift, puede generar una corriente? Cuanto vale?. Que pasa con la giro-frecuencia? Ahora asuma que en vez de un campo Eléctrico constante, tenemos una fuerza constante perpendicular al campo magnético. Las líneas del campo magnético dipolar alrededor de la tierra tiene una forma curva, y por lo tanto se genera una fuerza centrípeta efectiva. Puede esta fuerza generar una corriente? Cuanto vale?.
3. Colisiones y decaimientos:
 - (a) Demuestre que un electrón no puede radiar un solo fotón, tal que $e \rightarrow e + \gamma$
 - (b) Un neutrón es inestable con una vida media de $\tau=900\text{s}$. Cuanto puede el neutrón viajar en promedio con una energía de $\varepsilon=10^{-5}mc^2$ y $\varepsilon=10^5mc^2$.
 - (c) Un neutrón ($mc^2=939.6 \text{ MeV}$) decae en un protón ($mc^2=938.3\text{MeV}$), un electrón ($mc^2=0.5\text{MeV}$) y un antineutrino ($mc^2=0$). Las tres partículas emergen 120 grados aparte en un plano. Cual es la energía cinética y momento de cada partícula. Ayuda: Use el hecho que los productos punto son invariantes.
 - (d) Un pión ($mc^2=135 \text{ MeV}$) se mueve con velocidad $v=0.98c$ y decae en dos fotones que emergen en la dirección de pión con ángulos iguales. Encuentre el ángulo y la energía de los fotones.

- (e) Un electrón y un positrón ($mc^2=0.5$ MeV) chocan y generan un par protón -antiprotón ($mc^2=938$ MeV). Cual es la mínima energía cinética requerida para producir esta reacción? Nota: mire en el centro de masa, cual es el momento de las partículas resultantes.
- (f) Un Fotón de energía $\varepsilon = \hbar\omega$ choca con un electrón en reposo y es emitido en una dirección θ , con una energía diferente $\varepsilon' = \hbar\omega'$. Demuestre que el cambio de energía se relaciona al ángulo de scattering como

$$\lambda' - \lambda = 2 \left(\frac{2\pi\hbar}{mc} \right) \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

el factor en paréntesis es la onda de Compton. Cual es la energía cinética del electrón?

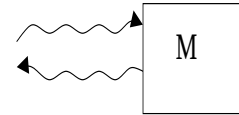
4. Usando la metodología de calculo tensorial desarrollado, calcule la gradiente de una función escalar, la divergencia, y el Laplaciano en coordenadas
- (a) esféricas
- (b) cilíndricas

5. Muestre que el hamiltoniano de una partícula moviéndose en un campo electromagnético es

$$\mathcal{H} = \sqrt{|c\mathbf{P} - e\mathbf{A}|^2 + m_0^2 c^4} + e\Phi ,$$

donde $P_j = \partial\mathcal{L}/\partial u_j$ es el momento generalizado.

6. Considere un espejo cúbico de masa M y superficie S , que se mueve a una velocidad cercana a la velocidad de la luz. Como método de propulsión iluminaremos este espejo con un potente láser en forma normal a la superficie, tal que el haz de luz reflejado se propague en la dirección opuesta a la del haz incidente. Muestre que el campo que rebota del espejo es pequeño a velocidades relativistas en el sistema del laboratorio. En el sistema inercial, que esta instantáneamente en reposo con el espejo, encuentre la fuerza que siente el espejo. Transforme esta fuerza al sistema del laboratorio y demuestre que para velocidades relativistas $\beta \approx 1$ obtenemos $\gamma \sim t^{1/3}$.



Espejo M propulsado por láser.

7. Consideremos las ecuaciones de Maxwell en el vacío. Demostrar que $\partial_\nu \partial_\mu F^{\mu\nu} = 0$, y que esta relación con la conservación de carga. Que condición debe cumplir k_μ para que la onda plana $F_{\mu,\nu} = f_{\mu,\nu} e^{ik_\alpha x^\alpha}$ sea solución de la ecuación. Demostrar que la transformación de la frecuencia entre dos sistemas inerciales es

$$\omega' = \gamma\omega(1 - \beta \cos \theta)$$

donde θ es el ángulo entre v y k , y θ' es el ángulo entre v y k' . Demostrar que

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\gamma(\cos \theta - \beta)}$$

Como se pueden usar estas expresiones para medir la velocidad (incluyendo dirección) de un objeto?

8. Considere un átomo compuesto de un electrón que se mueve en el campo electrostático de un ion pesado de carga Ze . Escriba el Lagrangiano y el Hamiltoniano. ¿Es este último constante? Encuentre la trayectoria. Tenemos una órbita periódica? Cerrada? A diferencia del caso no-relativista, hay condiciones para la cual el electrón puede chocar con el ion. ¿Cuál es la condición?
9. Considere un plano muy grande puesto en forma horizontal con densidad de carga superficial σ . Calcule los campos en este sistema en el cual el plano está en reposo. Si ahora ponemos en movimiento este alambre con velocidad v_o en una de las direcciones longitudinales del plano, encuentre el campo magnético y eléctrico producido por este plano en movimiento en el sistema de laboratorio. Encuentre la corriente y la densidad de carga en el laboratorio, encuentre los campos que estos producen y demuestre que da el resultado anterior.
10. El campo promedio en la cola de la magnetosfera se puede simular como

$$B = B_o \tanh[z/\delta] \hat{x} + B_d \hat{z}$$

Normalice las ecuaciones.

- (a) que parámetro natural aparece
- (b) muestre numéricamente que trayectorias aparecen.
- (c) Este es un sistema caótico, puede encontrar trayectorias caóticas. **ayuda:** esto sucede más claramente cuando el radio de Larmor es equivalente a la curvatura del campo δ .