

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Introducción a los Métodos de la Física Matemática

Primer Proyecto

Publicado el 14 de Septiembre de 2001

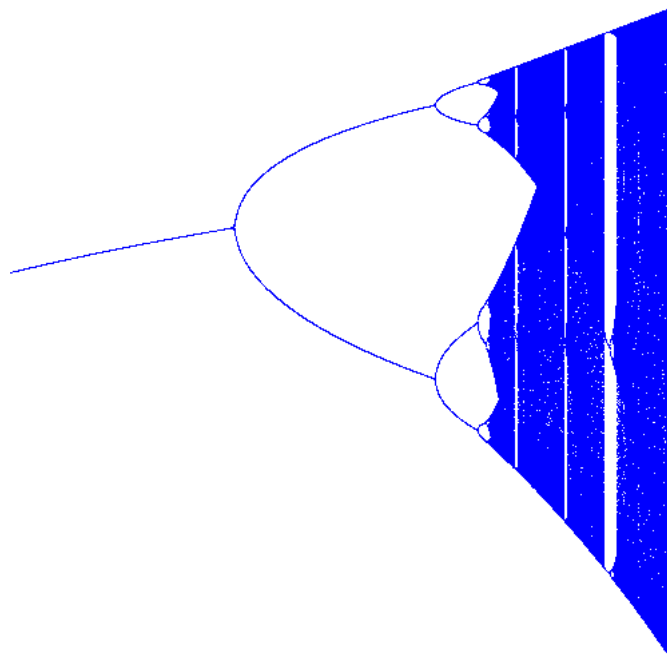
Profesor: José Rogan

Ayudante: Xavier Andrade.

- Consideremos la ecuación logística

$$x_{n+1} = f(x_n) ,$$

donde $f(x) = \lambda x(1-x)$ con $\lambda \in [2, 4]$. Si escogemos un $x_0 \in]0, 1[$ iteramos T veces (inicialización) y luego graficamos los N siguientes valores de x_{n+1} versus el parámetro λ obtenemos el siguiente gráfico



Se incluye el `Makefile` y el archivo fuente en el tarball.

- En una segunda etapa consideramos una generalización de la ecuación logística del siguiente tipo

$$x_{n+1} = f_n(x_n) , \tag{1}$$

donde $f_n(x) = \lambda_n x(1-x)$ con λ_n una secuencia periódica de valores $A \in [3, 4]$ y $B \in [3, 4]$. Por ejemplo, podríamos tener un $\lambda_1 = A$, $\lambda_2 = A$, $\lambda_3 = B$ y luego se repite $\lambda_4 = A$, $\lambda_5 = A$, $\lambda_6 = B$ y así sucesivamente.

- Definamos el exponente de Lyapunov Λ mediante

$$\Lambda = \frac{1}{N} \sum_{n=T}^{T+N} [\log |f'_n(x_n)|]$$

donde T es el número de iteraciones de la inicialización y N son las iteraciones a considerar, f'_n es la derivada de la función f_n que aparece en (1). Si este exponente es negativo indica que el sistema es estable si es positivo indica que el sistema es caótico.

- El proyecto es dada una secuencia $\{\lambda_n\}$ calcular el exponente de Lyapunov en un plano $A-B$. Asignando a cada punto un color de acuerdo al valor del exponente. Por ejemplo, para $\Lambda < 0$ usamos distintos tonos de azul y para $\Lambda \geq 0$ tonos de rojo. Se sugiere alto contraste entre los valores positivos y negativos. Se sugiere una inicialización de $T = 3000$ iteraciones y evaluar el exponente durante $N = 10000$.
- Requerimos de usted un informe escrito en L^AT_EX sobre el proyecto que incluya lo que hizo con algunos gráficos. La fuente del programa en C++ debidamente comentada y un gráfico en formato jpg de la mejor de sus figuras en colores. Sugerimos elecciones personales del intervalo en el espacio de parámetros y de la clave de color buscando resultados estéticamente interesantes. El trabajo es personal.

Anexo

Se utilizan cuatro funciones para graficar:

- i) `initX(String nombre="No name", int anchoX=500, int anchoY=500)`. Esta función crea una ventana para dibujar con el nombre que usted le de, el tamaño puede controlarse con los dos siguientes argumentos. La ventana tiene fondo blanco y todos los parámetros de la función tienen valor por defecto.
- ii) `coordenadas(double xi=0.0, double xf=1.0, double yi=0.0, double yf=1.0)`. Esta función asigna los intervalos `[xi, xf]` y `[yi, yf]` a la ventana recién creada. Poniendo el punto `xi, yi` abajo a la izquierda.
- iii) La función `setRpointX(double x, double y, String nombre)` y la función `setRpointX(double x, double y, int r, int g, int b)` dibujan un punto en la ventana de coordenadas `(x, y)` y del cierto color. El color puede ser indicado de dos formas. Por nombre, estos pueden ser: Negro, Blanco, Rojo, Verde, Azul, Amarillo, Naranja, Púrpura y Café. O por código RGB, es decir para definir un color se le pasan tres enteros entre 0 y 65535 que indican la cantidad de rojo, de verde y de azul que forman el color.
- iv) `esperando()`. Esta función permite que el dibujo se mantenga en pantalla para que usted lo capture y al recibir un **Enter** el programa termine.

Para saber como ocupar las funciones y compilar vea el ejemplo y su Makefile.

Plazo: Jueves 4 de Octubre a las 10:15 hrs. Entrega vía e-mail del curso