

**Universidad de Chile**  
**Facultad de Ciencias**  
**Departamento de Física**

**Introducción a los Métodos de la Física Matemática**

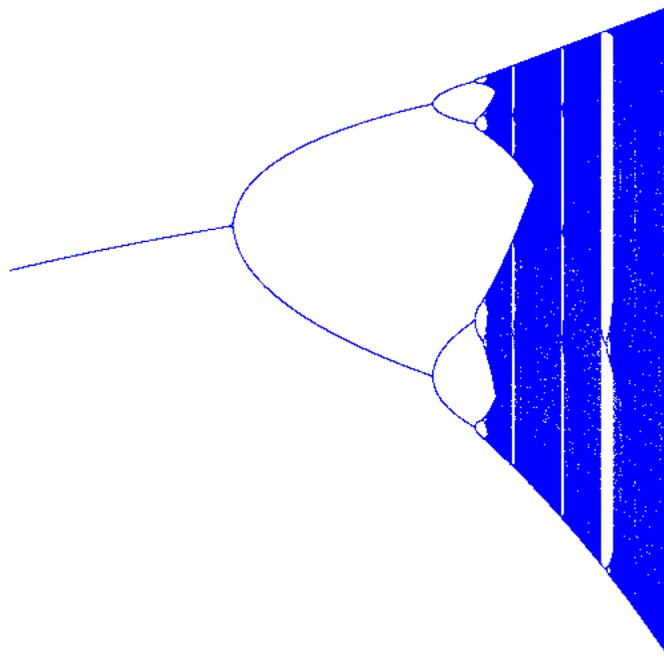
Primer Proyecto  
Publicado el 14 de Septiembre de 2001

Profesor: José Rogan  
Ayudante: Xavier Andrade.

- Consideremos la ecuación logística

$$x_{n+1} = f(x_n) ,$$

donde  $f(x) = \lambda x(1-x)$  con  $\lambda \in [2, 4]$ . Si escogemos un  $x_0 \in ]0, 1[$  iteramos  $T$  veces (inicialización) y luego graficamos los  $N$  siguientes valores de  $x_{n+1}$  versus el parámetro  $\lambda$  obtenemos el siguiente gráfico



Se incluye el `Makefile` y el archivo fuente en el tarball.

- En una segunda etapa consideramos una generalización de la ecuación logística del siguiente tipo

$$x_{n+1} = f_n(x_n) , \tag{1}$$

donde  $f_n(x) = \lambda_n x(1-x)$  con  $\lambda_n$  una secuencia periódica de valores  $A \in [3, 4]$  y  $B \in [3, 4]$ . Por ejemplo, podríamos tener un  $\lambda_1 = A$ ,  $\lambda_2 = A$ ,  $\lambda_3 = B$  y luego se repite  $\lambda_4 = A$ ,  $\lambda_5 = A$ ,  $\lambda_6 = B$  y así sucesivamente.

- Definamos el exponente de Lyapunov  $\Lambda$  mediante

$$\Lambda = \frac{1}{N} \sum_{n=T}^{T+N} [\log |f'_n(x_n)|]$$

donde  $T$  es el número de iteraciones de la inicialización y  $N$  son las iteraciones a considerar,  $f'_n$  es la derivada de la función  $f_n$  que aparece en (1). Si este exponente es negativo indica que el sistema es estable si es positivo indica que el sistema es caótico.

- El proyecto es dada un secuencia  $\{\lambda_n\}$  calcular el exponente de Lyapunov en un plano  $A-B$ . Asignando a cada punto un color de acuerdo al valor del exponente. Por ejemplo, para  $\Lambda < 0$  usamos distintos tonos de azul y para  $\Lambda \geq 0$  tonos de rojo. Se sugiere alto contraste entre los valores positivos y negativos. Se sugiere una inicialización de  $T = 3000$  iteraciones y evaluar el exponente durante  $N = 10000$ .
- Requerimos de usted un informe escrito en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X sobre el proyecto que incluya lo que hizo con algunos gráficos. La fuente del programa en `c++` debidamente comentada y un gráfico en formato `jpg` de la mejor de sus figuras en colores. Sugerimos elecciones personales del intervalo en el espacio de parámetros y de la clave de color buscando resultados estéticamente interesantes. El trabajo es personal.

### Anexo

Se utilizan cuatro funciones para graficar:

- i) `initX(String nombre='No name', int anchoX=500, int anchoY=500)`. Esta función crea una ventana para dibujar con el nombre que usted le de, el tamaño puede controlarse con los dos siguientes argumentos. La ventana tiene fondo blanco y todos los parámetros de la función tienen valor por defecto.
- ii) `coordenadas(double xi=0.0, double xf=1.0, double yi=0.0, double yf=1.0)`. Esta función asigna los intervalos `[xi, xf]` y `[yi, yf]` a la ventana recién creada. Poniendo el punto `xi, yi` abajo a la izquierda.
- iii) La función `setRpointX(double x, double y, String nombre)` y la función `setRpointX(double x, double y, int r, int g, int b)` dibujan un punto en la ventana de coordenadas `(x, y)` y del cierto color. El color puede ser indicado de dos formas. Por nombre, estos pueden ser: Negro, Blanco, Rojo, Verde, Azul, Amarillo, Naranja, Púrpura y Café. O por código RGB, es decir para definir un color se le pasan tres enteros entre 0 y 65535 que indican la cantidad de rojo, de verde y de azul que forman el color.
- iv) `esperando()`. Esta función permite que el dibujo se mantenga en pantalla para que usted lo capture y al recibir un **Enter** el programa termine.

Para saber como ocupar las funciones y compilar vea el ejemplo y su `Makefile`.

**Plazo: Jueves 4 de Octubre a las 10:15 hrs. Entrega vía e-mail del curso**