Sexta Tarea

Métodos de la Física Matemática II

Profesor *Víctor Muñoz* *Ayudante* *Cristóbal Espinoza*

Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile.

- 5 de Diciembre 2002 -

Entregar antes o durante el 12 de Diciembre de 2002.

1 Singularidades Las singularidades en los coeficientes de una ecuación diferencial como las que estamos estudiando (*Ver el capítulo 15 de los apuntes*) pueden clasificarse como ordinarias, regulares, singulares, singulares esenciales, etc. Verifique que para la ecuación (1) de Bessel $x = 0$ es punto regular y que $x \to \infty$ es singular esencial.

2 Ecuación indicial La ecuación indicial nos entrega información previa respecto de lo que será capaz de hacer el método de *Frobenius*. Prediga, encontrando la ecuación indicial y calculando sus raíces, cuantas soluciones podrán obtenerse con dicho método, en el caso de las ecuaciones de Laguerre (4), Hermite (3) y Bessel (1).

3 Método de Frobenius Encuentre las dos soluciones de la ecuación de Laguerre (4), de la de Chebyshev (2) y de la ecuación

$$y'' + \frac{1}{x^2}y' - \frac{2}{x^2} = 0$$

mediante una solución en serie, como indica el método de Frobenius. Encuentre explícitamente la ecuación indicial y sus raíces, y entregue un resultado final, mostrando por lo menos hasta el tercer término de la serie. (*Vale por tres problemas*).

Ecuación diferencial de Bessel:

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0 \tag{1}$$

Ecuación diferencial de Chebyshev:

$$(1 - x^2)T_n'' - xT_n' + n^2T_n = 0 \tag{2}$$

Ecuación diferencial de Hermite:

$$y'' - 2xy + 2\alpha y = 0 \tag{3}$$

Ecuación diferencial de Laguerre:

$$xL_n'' + (1 - x)L_n' + nL_n = 0 \tag{4}$$

Pude no resolver la ecuación de Laguerre (sugiero hacerlo de todos modos), a cambio de una reseña acerca de Frobenius y de clasificar las singularidades de la ecuación de Legendre:

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + n(n + 1)y = 0 \tag{5}$$